

相板乳剂特性曲线曝光不足部分的数学模拟

中国地质科学院测试所

王祖荫

在光谱相板的计算机译谱过程中，需要建立相板乳剂特性曲线的数学模型。通过乳剂特性曲线，将透过率数值转换成相对强度数值。

对于乳剂特性曲线的正常曝光部分，早已有明确的数学表达式，即：

$$S = -\lg T \quad (1)$$

$$S = r \cdot \lg I + k \quad (2)$$

这里， S 为黑度， T 为透过率， I 为光的强度， r 为相板乳剂的衬度， k 为常数。

为了简化表达式，我们采用相对强度。

令 $k=0$ ，则有

$$I = T^{-\frac{1}{r}} \quad (3)$$

注意，此式中 I 为相对强度。以下本文各式中 I 均为相对强度。

然而，对于乳剂特性曲线的曝光不足部分目前尚无明确的数学表达式。

通过大量数据的观测与统计，我们可以发现，对于乳剂特性曲线的曝光不足部分存在如下规律：

谱线黑度与强度的乘方成正比；与乳剂特性曲线正常曝光部分的衬度成正比。其数学表达式可写为：

$$S = \alpha \cdot r \cdot I^b \quad (4)$$

式中， S 为黑度， I 为相对强度， r 为相板乳剂的衬度， α 和 b 为常数。

将乳剂特性曲线的正常曝光部分及曝光不足部分的数学表达式连在一起，则有：

$$S = \begin{cases} r \cdot \lg I & (I \geq I_0) \\ \alpha r I^b & (I < I_0) \end{cases} \quad (5)$$

式中， I_0 为乳剂特性曲线的正常曝光部分与曝光不足部分的连接点的相对强度。我们将与之相应的黑度及透过率分别记为 S_0 和 T_0 。

乳剂特性曲线正常曝光部分的导数是一常数，即：

$$\frac{dS}{\lg I} = r \quad (6)$$

对于曝光不足部分，有以下关系：

$$\begin{aligned} dS &= d(\alpha r I^b) = \alpha r 10^{b \lg I} dI \\ &= abr \cdot \ln 10 \cdot 10^{b \lg I} \cdot d \lg I \\ &= b \cdot \ln 10 \cdot S \cdot d \lg I \\ \frac{dS}{d \lg I} &= b \cdot \ln 10 \cdot S \end{aligned} \quad (7)$$

在乳剂特性曲线两部分的连接点上，两部分的函数值应该相等，其导数值也必须相等。所以，我们有：

$$S_0 = \alpha r I_0^b = r \lg I_0 \quad (8)$$

$$\left. \frac{dS}{d \lg I} \right|_{I=I_0} = b \cdot \ln 10 \cdot S_0 = r \quad (9)$$

由 (9) 式可得：

$$\begin{aligned} b &= \frac{r}{\ln 10 \cdot S_0} \\ \therefore S_0 &= -\lg T_0, \quad T_0 = I_0^{-r} \\ \therefore b &= \frac{\lg e}{\lg I_0} \end{aligned} \quad (10)$$

由 (8) 式和 (10) 式可得：

$$a = \frac{\lg I_0}{I_0^b} = \frac{\lg I_0}{I_0 \left(\frac{\lg e}{\lg I_0} \right)} = \frac{\lg I_0}{e} \quad (11)$$

这样，将 (5) 式整理后可得：

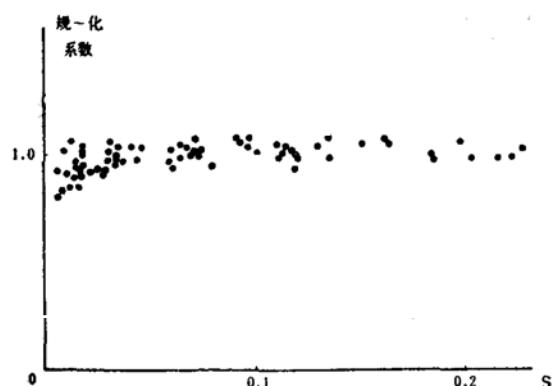
$$I = \begin{cases} T^{-\frac{1}{r}} & (0 < T \leq I_0^{-r}) \\ \left(-\frac{\lg T}{\alpha r} \right)^{\frac{1}{b}} & (I_0^{-r} < T < 1) \end{cases} \quad (12)$$

回顾以上的推导过程，我们可以注意到，黑度的定义是采用常用对数的。如果采用自然对数，则 (12) 式可变得更为简单：

$$I = \begin{cases} T^{-\frac{1}{r}} & (0 < T \leq I_0^{-r}) \\ \left(-\frac{e \cdot \ln T}{\alpha \cdot r} \right)^{\frac{1}{b}} & (I_0^{-r} < T < 1) \end{cases} \quad (13)$$

其中， $\alpha = \ln I_0$

利用阶梯扇板摄取 2400—4600 Å 之间



相板乳剂特性曲线曝光不足部分谱线相对强度计算值与理论值的比值

The ratio of calculated value and theoretical value of line's relative intensities for the under exposed section of plate emulsion calibration curve

的铁谱，然后绘制出不同波长的相板乳剂特性曲线。选择不同的 I_0 值进行试算，结果表明：对于天津I型和II型相板，当 $I_0=1.72$ 时，采用(12)式或(13)式计算所得的谱线相对强度计算值与理论值符合得较好。

因为有了 r 这一参数，相板的显影条件不必严格地控制。利用3153.2—3225.7 Å的铁谱组的测量值作为不同相板之间监控指标，计算结果表明：当不同相板铁谱组 r 值在0.9—1.4的范围内变化时，利用(12)式

或(13)值进行计算都能得到满意的结果。

由于有了(13)式，在计算机译谱的数据处理过程中可以直接将透率值转换为相对强度。此式仅有一个参数 r ，而 r 与波长的关系早已被仔细地研究过了。只要每块相板上摄有一条铁谱，并根据这条铁谱谱带的谱线组求出该谱线组的 r 值，则不同相板上的同一谱线的强度可通过 r 值的修正来互相对比。

The Mathematical Simulation for Underexposed Section of Plate Emulsion Calibration Curve

Wang Zu-yin

In the underexposed section of plate emulsion calibration curve, the density of lines is directly proportional to line intensity, and directly proportional to contrast of emulsion. According to this phenomenon, an empiric formula is derived. That is

$$I = \begin{cases} T^{-\frac{1}{r}} & (0 < T < I_0^{-r}) \\ \left(-\frac{e \ln T}{\alpha r}\right)^{\alpha} & (I_0^{-r} < T < 1) \end{cases}$$

in which, $\alpha = \ln I_0$, and I_0 is a constant, which is equal to 1.72. Using this formula, the transmittance of lines can be converted to relative intensity.