第14卷 第4期 岩石矿物学杂志 Vol. 14, No. 4
1995年11月 ACTA PETROLOGICA ET MINERALOGICA Nov., 1995

方法介绍

光轴角近90°时二轴晶光性正负的判别

徐济银　杲传良

(胜利石油管理局钻井工艺研究院，东营　257017)

主题词　二轴晶　光轴角　光性

提　要　二轴晶光率体光性正负有两种判别方法：一种是根据光轴角（$2V$）的锐角平分线（Bxa）与Ng一致还是与Np一致来判别，其临界点是$2V=90°$；另一种是根据三个主折射率的相对大小来判别。由于二轴晶光率体为三轴椭球体，在其临界点$Ng-Nm=Nm-Np$时，光轴角并不等于90°。就是说，两种判别方法的临界点不一致。本文从光率体几何特性研究入手，通过几何及数学方法，着重讨论上述两种判别方法在其临界点时的相对关系，并结合实际例证，认为二轴晶光率体光性正负的临界点不能只确定为一个点，而应限定在一个范围，即$2V=90°$到$Ng-Nm=Nm-Np$之间。

1　二轴晶光率体的作用及光性判别方法

光率体是表示当光波在晶体中传播时，光波的振动方向与相应振动方向上折射率值之间关系的立体图形。光率体在说明各类晶体的光波振动方向与其相应折射率变化关系时，能够解决许多晶体光学现象。在用偏光显微镜鉴定各种矿物的光性时，光率体在每种矿物中的光性方位及光性正负是其极重要的鉴定特性。

教课书中介绍[1]，二轴晶矿物光性正负的判别方法有两种：一种是根据光轴角（$2V$）来判别，即根据光轴角的锐角平分线Bxa与Ng一致还是与Np一致来确定，当Bxa∥Ng时为正光性，当Bxa∥Np时为负光性；另一种是由Ng、Nm、Np三个主折射率相对大小决定的。当$Ng-Nm>Nm-Np$时，光性为正；反之，$Ng-Nm<Nm-Np$，光性为负。有些文献认为[2]，当$2V=90°$时，$Ng-Nm=Nm-Np$，此时光性无法判别，为中性。

2　二轴晶光率体两种光性判别方法讨论

粗略看这两种判别方法是一致的，但细分析起来却有一定的差异。在二轴晶光率体中，由于光率体是三轴椭球体，两种判别方法的临界点不重合，当两光轴互相垂直时，即$2V=90°$，$Ng-Nm$与$Nm-Np$的值并不相等。下面通过几何方法加以分析。

2.1　光轴角$2V=90°$时

图1是二轴晶光率体的立体图，从图中可以看出，二轴晶光率体有两根光轴（OA），两个圆切面（⊥光轴OA的切面），同时包含两光轴的面为光轴面。为了推导方便，将光率体对光轴面投影（图2）。图2中的椭圆是二轴晶光率体的光轴面，直线MN、M′N′分别为两光轴，EF、E′F′分别为两圆切面与光轴面的交线，图中，MN⊥EF、M′N′⊥E′F′。设光率体的$Ng=a$，$Np=b$，$Nm=c$。

由解析几何知，光轴方程为：

本文于1993年10月11日收到，1995年8月1日改回。

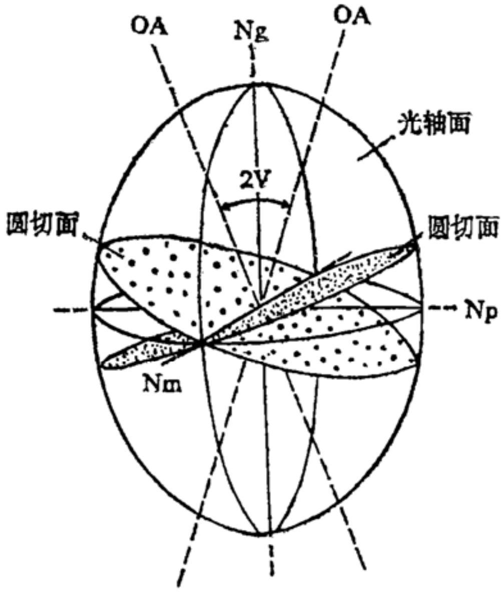

图 1 二轴晶光率体
Fig. 1 Biaxial indicatrix

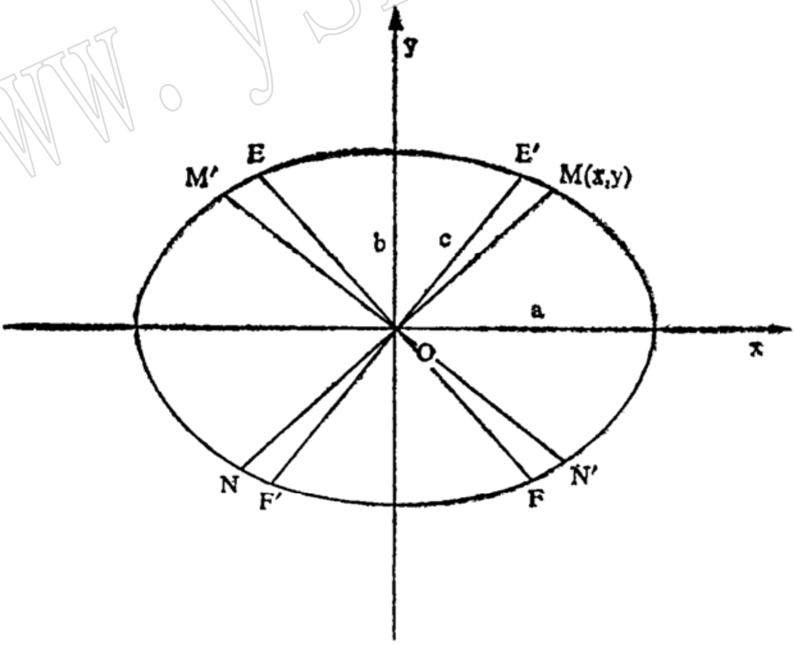

图 2 二轴晶光率体光轴面
Fig. 2 Optic plane of biaxial indicatrix

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \tag{1}$$

当两光轴互相垂直时，光率体中两圆切面（垂直于光轴的切面）亦互相垂直，即圆切面与光轴面的交线互相垂直（图2中EF⊥E′F′），光轴MN与另一光轴M′N′的垂直面与光轴面的交线E′F′相重合（图2中MN与E′F′相重合），此时E′F′与x轴正方向的夹角为45°，其方程为：

$$y=x \tag{2}$$

解方程组（1）、（2）得：

$$x=y=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

则　$$C=\sqrt{x^2+y^2}=\frac{ab\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

要判断$a-c$与$c-b$是否相等，只需判断$2c$是否与$(a+b)$相等，或$(2c)^2$是否与$(a+b)^2$相等，亦即$(a+b)^2-(2c)^2$是否等于0。

$$(a+b)^2-(2c)^2=a^2+2ab+b^2-\frac{8a^2b^2}{a^2+b^2}$$

$$=\frac{[(a^2+b^2)+2ab](a^2+b^2)-8a^2b^2}{a^2+b^2}$$

$$=\frac{(a^2+b^2)^2+2ab(a^2+b^2)-8a^2b^2)}{a^2+b^2}$$

右式分子$=(a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+4ab)$

$=(a-b)^2(a^2+b^2+4ab)$

因为　$a>b$

所以　$a-b>0$

$a^2+b^2+4ab>0$

右式分子大于0。

反推可知　$a+b>2c$　即$a-c>c-b$

又　$a=Ng$，$b=Np$，$c=Nm$

得　$Ng-Nm>Nm-Np$

结果是当二轴晶光率体两光轴互相垂直时，如用$Ng-Nm$与$Nm-Np$的相对大小来判断光性正负，结论是正光性。

2.2　$Ng-Nm=Nm-Np$时

当$Ng-Nm=Nm-Np$时，即$a-c=c-b$。

图2，设此时OE′长度为c，令$c=Nm$，直线E′F′为圆切面（垂直于光轴的面）在光轴面上的投影，点E′的坐标为(x, y)，则直线E′F′方程为：

$$y=kx \tag{3}$$

解方程组(1)、(3)得：

$$x=\frac{ab}{\sqrt{b^2+a^2k^2}}$$

$$y=\frac{abk}{\sqrt{b^2+a^2k^2}}$$

则 $$c=\sqrt{x^2+y^2}=\frac{ab\sqrt{1+k^2}}{\sqrt{b^2+a^2k^2}}$$

由 $a-c=c-b$

得 $2c=a+b$

$$\frac{2ab\sqrt{1+k^2}}{\sqrt{b^2+a^2k^2}}=a+b$$

等式两边平方：

$$\frac{4a^2b^2(1+k^2)}{b^2+a^2k^2}=(a+b)^2$$

$$4a^2b^2+4a^2b^2k^2=(a+b)^2(b^2+a^2k^2)$$

$$[4a^2b^2-a^2(a+b)^2]k^2=b^2(a+b)^2-4a^2b^2$$

$$k^2=\frac{b^2(a+b)^2-4a^2b^2}{4a^2b^2-a^2(a+b)^2}$$

$$k^2=\frac{a^2b^2+2ab^3+b^4-4a^2b^2}{4a^2b^2-a^4-2a^3b-a^2b^2}=\frac{2ab^3+b^4-3a^2b^2}{3a^2b^2-a^4-2a^3b}=\frac{b^2(2ab+b^2-3a^2)}{a^2(3b^2-a^2-2ab)}$$

$$k^2=\frac{b^2(3a+b)}{a^2(3b+a)} \tag{4}$$

要证明k^2是否大于1，只需证明$b^2(3a+b)$与$a^2(3b+a)$的相对大小。

将（4）式右边的分母减分子得

$$\begin{aligned}a^2(3b+a)-b^2(3a+b)&=3a^2b+a^3-3ab^2-b^3\\&=a^3-b^3+3ab(a-b)\end{aligned}$$

因为 $a>b>1$

所以 $a^3-b^3>0$

（4）式分母＞分子

即 $k^2<1 \rightarrow |k|<1$

说明图2中的$E'F'$与x轴正方向的夹角小于45°，也就是说，当$a-c=c-b$，即$Ng-Nm=Nm-Np$时，Bxa与Np一致，光性为负。

3 结论

根据上面分析的结果，两种光性判别方法的临界点并不一致。当$Ng-Nm=Nm-Np$时，二轴晶光率体的光性並非中性。光性判别公式只有在$Ng-Nm>Nm-Np$或$Ng-Nm<Nm-Np$时（此时它们的差值应较大，至少要大于$2V=90°$时的$Ng-Nm$与$Nm-Np$的差值）才有意义。在实际应用中，由于测定光轴角非常复杂，通常都是通过光性判别

公式来判别光性的，但在$2V=90°$到$Ng-Nm=Nm-Np$之间，光性正负是很难判断的。例如橄榄石，光轴角在$-83°$到$+88°$之间，光性不易判断。由此说明光性正负的临界点并不能确定为一个值，而应该限定在某一范围。

参 考 文 献

1 刘孟惠．造岩矿物学．东营：石油大学出版社．1991，81—86．

2 陈芸菁．晶体光学原理．北京：地质出版社．1987，34—42．

The Identification of Optic Sign of Biaxial Crystal at Optic Angle Near 90°

Xu Jiyin, Gao Chuanliang

(Drilling Technology Research Institute, Shengli Petroleum Administration, Dongying 257017)

Key Words: biaxial crystal; optic angle; optical character

Abstract

There are two methods to identify optic sign of biaxial indicatrix. One is based on whether the bisector of the acute angle is parallel with Ng (positive) or with Np (negative), with the critical angle $2V$ being 90°; the other is based on the comparison of three principal refractive indexes: when $Ng-Nm>Nm-Np$, the optic sign is positive; when $Ng-Nm<Nm-Np$, the sign is negative. It is generally held that the critical point for the two methods is identical, i.e., when $Ng-Nm=Nm-Np$, the optic angle is 90°. Nevertheless, the author considers that the critical points of the two methods are not consistent with each other in that the biaxial indicatrix is a triaxial ellipsoid. The paper deals emphatically with the relationship between the methods at the critical point in terms of geometrical property of the optical indicatrix and mathematic analysis, and holds that, instead of being a fixed point, the critical point for determining the optic sign of the biaxial indicatrix varies in a range from a point at which the acute optical angle 90° to the point at which $Ng-Nm$ equals $Nm-Np$.